

基于能量变分法的曲线组合箱梁畸变效应分析

陈百玲,马前程,朱耀斌,王连广

(东北大学资源与土木工程学院,辽宁 沈阳 110819)

摘要 目的 研究曲线钢与混凝土组合箱梁主要设计参数对畸变效应的影响,减小组合梁的畸变。**方法** 通过能量变分法建立曲线组合箱梁畸变方程,分析集中荷载作用下截面尺寸及曲率半径对曲线组合箱梁畸变效应的影响。**结果** 增加钢腹板厚和梁高可显著减少畸变效应;箱梁的曲率半径不宜过小,当曲率半径小于100 m时畸变效应明显;梯形截面比矩形截面更有利于限制结构畸变,为控制畸变效应,根据曲率半径的差异,主控不同的设计参数。**结论** 当曲率半径小于100 m时,曲线组合梁的高跨比宜为0.6,高宽比宜为1,钢腹板厚宜大于30 mm;当曲率半径大于100 m时,主要通过增加钢腹板厚控制畸变,其厚度宜为20~40 mm。

关键词 能量变分法;钢与混凝土组合箱梁;曲梁;畸变;几何参数

中图分类号 TU398

文献标志码 A

Distortion Effect Analysis of Curved Composite Box Girder Based on Energy Variation Method

CHEN Bailing, MA Qiancheng, ZHU Yaobin, WANG Lianguang

(School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang, China, 110819)

Abstract: To reduce the distortion, the influence of main design parameters of the curved steel and concrete composite box girder on the distortion effect was studied. The distortion equation of curvilinear composite box girder was established by using the energy variation method, and the influence of section size and curvature radius on the distortion effect of curved composite box girder under concentrated load was analyzed. The results showed that the distortion was reduced effectively by increasing the thickness of steel plate and the height of beam. The curvature radius of box girder should not be too small. When it was less than 100m, the distortion effect was obvious. Trapezoidal section was more beneficial to limit the structural distortion than rectangular cross section. To control the distortion effect, different design parameters should be focused on, depending on different curvature radiuses. When the curvature radius is less than 100 m, appropriate height-span ratio of curved composite box girder is recommended to be 0.6, the height-

收稿日期:2021-06-06

基金项目:国家自然科学基金青年基金项目(51808100);辽宁省自然科学基金指导计划项目(2019-ZD-0004);辽宁省自然科学基金项目(20170540303)

作者简介:陈百玲(1972—),女,副教授,博士,主要从事钢与混凝土组合结构等方面研究。

width ratio should be 1, and the thickness of steel web should be greater than 30 mm. When the radius of curvature is greater than 100 m, the distortion is mainly controlled by increasing the thickness of steel web, and the recommended thickness is 20 ~ 40 mm.

Key words: energy variation method; steel and concrete composite box girder; curved girder; distortion; geometrical parameters

钢与混凝土组合箱梁是通过剪力键将钢箱梁和混凝土板连接在一起的新式梁,其承载力强、抗扭刚度大、重量轻,具有很大的应用前景^[1]。学术界对组合箱梁的剪力滞、扭转、界面滑移^[2-4]等效应进行了研究。此外,还应重视其横截面在荷载作用下发生的畸变^[5]。

当箱梁壁厚较薄,隔板较少时,会有较大的周边变形,畸变效应不容忽略^[6]。起初,畸变的研究主要关注同种材料的箱梁,研究方法多样。张元海等^[7]应用了能量变分法推导并验证了同种材料的薄壁箱梁的畸变计算公式。J. Lee^[8]应用弹性地基梁法(BEF法),探究了钢箱梁长径比和隔板数目对畸变效应的影响。REN Yangzhi等^[9-10]考虑了剪切应变影响下,悬臂钢箱梁的隔板数目和厚度对畸变效应的影响,并通过试验和有限元对比,证明了初始参数法适用于钢箱梁畸变分析。C. H. Yoo^[11]采用BEF法,分析了曲线单箱和曲线分离式多箱梁的应力分布特点,为装配式钢箱梁桥的设计提供了参考。M. Arici^[12]应用适用性强的哈密顿结构分析法,分析变截面和变曲率箱梁桥的畸变效应特点,克服以往仅对单一截面研究的缺陷,更加符合实际要求。N. I. Tsipstis^[13]通过相似方程法,减少了静力和曲率耦合作用引起的分析误差,使曲线钢箱梁的畸变计算更加精确。

组合箱梁的畸变效应是基于钢箱梁的研究。组合梁在施工过程中,截面性质的不连续,此时的畸变效应与成桥后有很大不同,为防止组合梁变形过早,要对施工阶段的受力情况进行单独考虑^[14]。针对施工荷载,朱颖

杰^[15]对不同支撑条件下的开口组合梁畸变效应进行研究,对施工阶段的畸变计算进行了修正。S. J. Fatemi等^[16]、Z. Kolakowski等^[17]研究了组合箱梁在集中荷载和扭转作用下的应力分布规律。ZHU Yingjie^[18]发现增加隔板数目和隔板刚度可迅速减小组合梁畸变,但隔板数目和刚度存在合适范围,过多的隔板和过大的刚度对控制畸变作用不大。LI Lifeng^[19]和韩国顺^[20]分别使用初参数法和试验法,对波纹钢腹板组合梁畸变效应进行研究。ZHU Li^[21]通过试验,研究了曲线组合梁剪力键数目对畸变效应的影响。冯康平^[22]等对弯扭组合作用下的曲线组合箱梁进行分析,得出了高跨比和隔板对畸变的影响。

针对箱梁畸变效应,大多研究仅针对同一种材料。对于不同材料的组合箱梁研究较少,且研究大多关注横隔板,而其他几何参数的影响研究不足。基于此,笔者通过能量变分法建立曲线组合箱梁畸变方程,分析集中荷载作用下,组合梁顶板厚、腹板厚、梁高、底板宽及曲率半径对箱梁畸变效应的影响。研究表明:增大组合箱梁的曲率半径可显著减小其畸变角;不同线形的曲线组合箱梁,畸变的控制要点不同;增加组合箱梁的梁高和钢腹板的厚度可以显著减小畸变效应;混凝土顶板对控制组合箱梁畸变贡献很小,顶板厚引起的畸变角变化可以忽略;随着曲率半径增加,底板宽度对畸变的影响逐渐减小;在控制结构畸变变形方面,梯形截面优于矩形截面。

1 畸变方程

依据箱形曲线组合梁截面形式以及受力

特点,在不影响分析结果的前提下,采用下列基本假定:各板为各向同性,曲率相同且符合平截面假定;箱壁为薄壁钢板,壁厚方向应力无变化;不考虑界面滑移及连接件变形对梁畸变的影响。

组合箱梁截面具体尺寸见图1所示。图中, t_c 为混凝土板厚; b_4 为顶板宽; b_5 为翼缘板宽; t_{s1} 为钢腹板厚; t_{s2} 为钢底板厚; O 为截面形心。

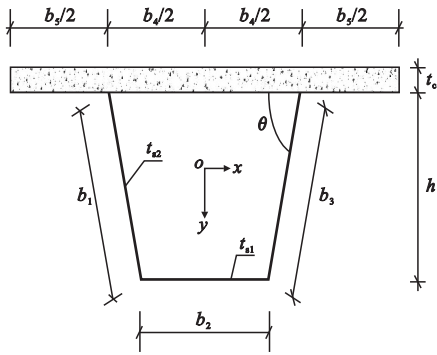


图1 截面尺寸

Fig.1 The sectional dimension

1.1 畸变框架应变能

薄壁理论^[23]认为箱梁畸变由框架应变能和翘曲应变能组成。当截面产生畸变角 γ 时,会对框架体系产生影响,使框架的角点处出现水平位移,位移值为 $\gamma b_1 \sin\theta$ 。此时,框架所需的应变能与框架发生 $\gamma b_1 \sin\theta$ 位移能量相同。框架横向变形和弯矩见图2和图3所示。

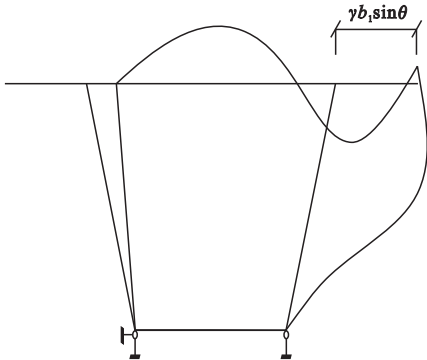


图2 框架横向变形图

Fig.2 The transverse deformation of frame

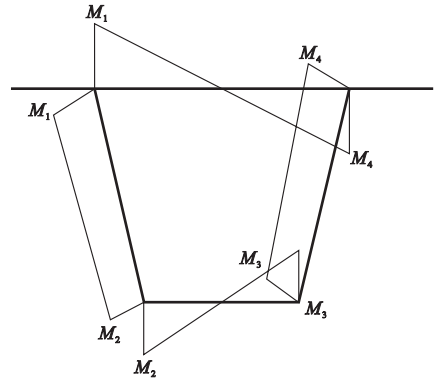


图3 框架弯矩图

Fig.3 The bending moment of frame

由图3可知:

$$\begin{cases} M_1 = -M_4 = K_1 \gamma; \\ M_2 = -M_3 = K_2 \gamma. \end{cases} \quad (1)$$

式中: γ 为畸变角; K_1 、 K_2 为系数。

将顶板中间断开,在开口处设置垂直于顶板未知力 X_1 ,作为基本体系。当顶板发生大小为 $\gamma b_1 \sin\theta$ 的水平位移时,用力法对半结构进行计算,此位移对应的水平荷载 P :

$$P = \frac{\gamma b_1 \sin\theta}{\frac{b_1 h}{2E_s I_1} \left(\frac{b_2}{3} + \frac{b_4}{6} \right) + \frac{b_2^2 h}{12E_s I_2}} \quad (2)$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{P b_1 h (2b_2 + b_4)}{12E_s I_1} - \frac{P b_2^2 h}{12E_s I_2} \quad (3)$$

$$\delta_{11} = \frac{b_2^3}{24E_s I_2} + \frac{b_4^3}{24E_c I_4} + \frac{1}{24E_s I_1} \times [3b_1 b_2 (b_2 + b_4) + b_1 (b_2 - b_4) (2b_2 + b_4)] \quad (4)$$

得出系数 K_1 和 K_2 :

$$K_1 = -\frac{\Delta_{1P} b_4}{2\delta_{11} \gamma} \quad (5)$$

$$K_2 = -\frac{\Delta_{1P} b_2}{2\delta_{11} \gamma} + \frac{Ph}{\gamma} \quad (6)$$

畸变框架应变能:

$$U_1 = W_1 \int_0^l \gamma^2 dx, i = 1, 2, 3, 4. \quad (7)$$

其中, W_1 为框架横向刚度。

$$W_1 = \frac{K_2^2 b_2}{6E_s I_2} + \frac{K_1^2 b_4}{6E_c I_4} + \frac{b_1 (K_1^2 + K_2^2 + K_1 K_2)}{3E_s I_1} \quad (8)$$

1.2 畸变翘曲应变能

组合梁各板的畸变翘曲应力见图4。

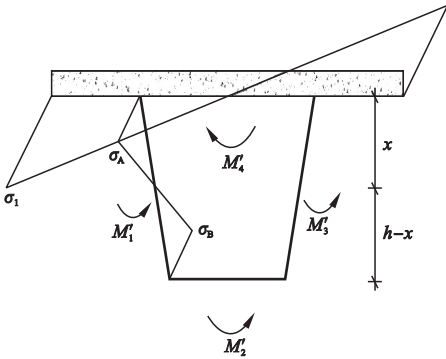


图4 畸变翘曲应力图

Fig. 4 The distortional buckling stress

根据应力平衡,设畸变翘曲系数:

$$\beta = \frac{\sigma_A}{\sigma_B} = \frac{b_2^2 t_{s2} + b_1 t_{s1} (2b_2 + b_4)}{(b_4 + b_5)^3 t_c / b_4 + b_1 t_{s1} (b_2 + 2b_4)}. \quad (9)$$

翘曲正应力与各板扭矩关系:

$$M'_1 = M'_3 = \frac{I'_1 (1 + \beta)}{b_1} \sigma_B. \quad (10)$$

$$M'_2 = \frac{2I'_2}{b_2} \sigma_B. \quad (11)$$

$$M'_4 = \frac{2I'_4}{b_4} \beta \sigma_B. \quad (12)$$

式中: M'_1 和 M'_3 为腹板扭矩; M'_2 和 M'_{41} 为底板和顶板扭矩; σ_B 为腹板底部翘曲正应力; I'_i 为翘曲正应力影响下的截面抗弯惯性矩, $I'_1 = t_{s1} b_1^3 / 12$; $I'_2 = t_{s2} b_2^3 / 12$; $I'_3 = t_{s1} b_3^3 / 12$; $I'_4 = t_c (b_4 + b_5)^3 / 12$ 。

由变形计算公式,得出各板在平面内的挠度:

$$v''_1 = v''_3 = -(1 + \beta) \frac{\sigma_B}{E_s b_1}. \quad (13)$$

$$v''_2 = -\frac{2\sigma_B}{E_s b_2}. \quad (14)$$

$$v''_4 = -\frac{2\beta\sigma_B}{E_c b_4}. \quad (15)$$

式中: v''_1 和 v''_3 为腹板挠度; v''_2 为底板挠度; v''_4 为顶板挠度。

通过求导,可得到挠度与畸变角之间的

关系^[23]:

$$\gamma'' = \frac{v''_2 + v''_4}{b_1 \sin\theta} + \frac{v''_1 + v''_3 + 2v''_2 \cos\theta}{b_2 \sin\theta}. \quad (16)$$

式中: γ'' 为畸变角函数的二阶导。

将式(13)~式(16)联立,由各板间变形关系,可得出畸变角与畸变翘曲正应力的关系:

$$\sigma_B = -\gamma'' K_d, \quad (17)$$

$$K_d = \frac{2b_1 b_2^2 b_4 E_s E_c \sin\theta}{(2b_2 + \beta b_2 + 2b_1 \cos\theta) E_c b_4 + \beta b_2^2 E_s}. \quad (18)$$

求得翘曲应力和应变后,各板的翘曲应变能为 \bar{U}_i 。

顶板:

$$\bar{U}_1 = \frac{t_c (b_4 + b_5)^3 \beta^2 K_d^2 (\gamma'')^2}{6b_4^2 E_c}. \quad (19)$$

底板:

$$\bar{U}_2 = \frac{t_{s2} b_2 K_d^2 (\gamma'')^2}{6E_s}. \quad (20)$$

腹板:

$$\bar{U}_3 = \bar{U}_4 = \frac{b_1 t_{s1} K_d^2 (\gamma'')^2}{6E_s} (\beta^2 - \beta + 1). \quad (21)$$

对各板的翘曲应变能进行积分后,求得该梁段畸变翘曲应变能:

$$U_2 = W_2 \int_0^l (\gamma'')^2 dx. \quad (22)$$

其中, W_2 为截面翘曲惯性矩。

$$W_2 = \frac{t_{s2} b_2 K_d^2}{6E_s} + \frac{b_1 t_{s1} K_d^2}{3E_s} (\beta^2 - \beta + 1) +$$

$$\frac{t_c (b_4 + b_5)^3 \beta^2 K_d^2}{6E_c b_4^2}. \quad (23)$$

1.3 荷载势能

扭矩产生的荷载势能:

$$V_1 = -\bar{W} = -\int_0^l m_x \frac{\gamma}{2} dx. \quad (24)$$

式中: \bar{W} 为扭转所作的功; m_x 为荷载引起的扭矩; x 为计算截面与支点的曲线距离。

藕联效应产生的荷载势能:

以上为薄壁理论计算畸变的主要方法,

此方法并未考虑箱梁畸变时,梁体曲率变化。附加的曲率和纵向弯矩共同作用下,会在截面横向作功,且附加的梁体转角 $\tilde{\theta}$ 为畸变角 γ 的一半,所以藕联荷载势能为

$$V_2 = - \int_0^l M_x \frac{\tilde{\theta}}{R} dx = - \int_0^l M_x \frac{\gamma}{2R} dx. \quad (25)$$

式中: R 为曲率半径; M_x 为箱梁纵向弯矩,近似按照直线简支梁计算。

1.4 畸变微分方程

箱梁总势能:

$$\Pi = U_1 + U_2 + V_1 + V_2. \quad (26)$$

根据最小势能原理^[23], 求出畸变微分方程:

$$\gamma'''' + 4\lambda^4 \gamma = \frac{M(x)}{4W_2 R} + \frac{m_x}{4W_2}. \quad (27)$$

式中: λ 是截面特性常数, $\lambda = \sqrt[4]{W_1/4W_2}$ 。

畸变双力矩:

$$B = -W_2 \gamma''. \quad (28)$$

2 算例分析

以简支组合箱梁为例,跨径 30 m, 曲率半径 50 m, $E_s = 2.0 \times 10^5$ MPa, $E_c = 3.5 \times 10^4$ MPa, 截面尺寸如图 5 所示。在箱梁跨中处, 顶板中央位置作用向下的集中荷载 500 kN。

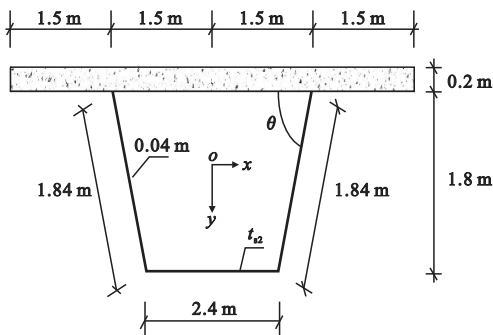


图 5 组合箱梁截面尺寸

Fig. 5 The sectional dimension of composite box girder

使用弹性地基梁法^[8,11], 以跨中截面为坐标原点, 以初参数法求得式(27)、式(28)的通解:

$$\gamma(x) = \frac{B'_0}{8W_2 \lambda^3} [\cos(\lambda x) \operatorname{sh}(\lambda x) -$$

$$\sin(\lambda x) \operatorname{ch}(\lambda x)] + \gamma_0 \cos(\lambda x) \operatorname{ch}(\lambda x) - \frac{1}{4W_2 \lambda^2} B_0 \sin(\lambda x) \operatorname{sh}(\lambda x). \quad (29)$$

$$B(x) = \frac{B'_0}{2\lambda} [\sin(\lambda x) \operatorname{ch}(\lambda x) + \cos(\lambda x) \operatorname{sh}(\lambda x)] + 4W_0 \lambda^2 \gamma_0 \sin(\lambda x) \operatorname{sh}(\lambda x) + B_0 \cos(\lambda x) \operatorname{ch}(\lambda x). \quad (30)$$

结合畸变荷载函数, 得跨中截面的畸变角 γ_A 及双力矩 B_A 计算公式:

$$\gamma_A = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{Q}{2R} \left(\frac{l}{2} - x\right) \gamma(x) dx. \quad (31)$$

$$B_A = \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{Q}{2R} \left(\frac{l}{2} - x\right) B(x) dx. \quad (32)$$

式中: Q 为集中荷载。

根据组合梁几何参数和材料特性, 得出: $W_1 = 4.70 \times 10^6$ N·m⁴, $W_2 = 7.51 \times 10^9$ N·m⁴, $\lambda = 0.111$ 。将边界条件 $\gamma_{l/2} = 0, B_{l/2} = 0$ 代入式(29)~式(30), 得 $\gamma_A = 0.008$ rad, $B_A = 5.70 \times 10^5$ N·m²。

3 参数分析

以算例中的截面尺寸、边界条件、荷载形式为基础, 根据式(31)和式(32), 改变设计参数, 得出不同曲率半径下组合梁的畸变角, 以反映此设计参数对畸变效应的影响。

3.1 梁高的影响

改变梁高, 畸变角变化规律如图 6 所示。

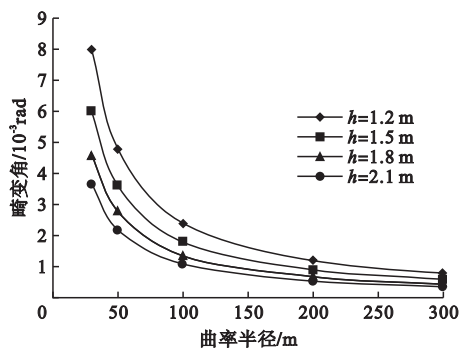


图 6 畸变角随梁高的变化规律

Fig. 6 Variation of distortion angle under different beam height

由图 6 可知, 梁高增加时, 箱梁的畸变角

逐渐减小。在曲率半径小于 100 m 的情况下,随着梁高增长,畸变角迅速减小。在曲率半径大于 100 m 以后,曲线极差变化趋势减缓,增加梁高对畸变角的影响逐渐降低。当梁高为 1.8 m,高跨比为 0.6 时,增加梁高对减小畸变效果减弱。曲率半径为 100 m 时,梁高由 1.2 m 增加到 2.1 m 时,畸变角减小 54.2%。当曲率半径为 300 m,梁高由 1.2 m 增加到 2.1 m 时,畸变角减小约 50%。可见,增加梁高显著减少截面畸变效应,在工程中应采取适当的梁高。

3.2 混凝土板厚的影响

改变组合梁混凝土板厚,畸变角变化情况如图 7 所示。

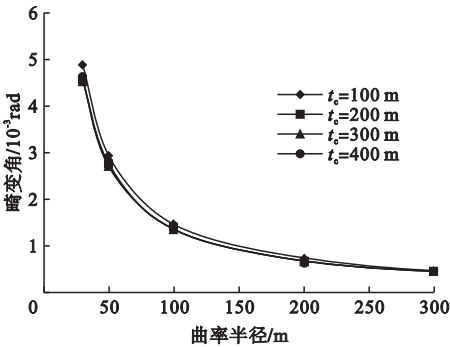


图 7 畸变角随混凝土板厚的变化规律

Fig. 7 Variation of distortion angle under different thickness of concrete plate

由图 7 可知,随着混凝土板厚的增加,同一曲率半径下各曲线的畸变角数值几乎重合,增大板厚对减小畸变角无明显效果。在 5 种曲率半径下,组合箱梁混凝土板厚度由 100 mm 提高至 400 mm 时,畸变角平均降低了 8.2%,且 5 种情况下,不同顶板厚的组合梁畸变角相差均未超过 10%。这是由于混凝土板厚对组合箱梁刚度影响较小,所以对控制箱梁畸变效应贡献较小。

3.3 钢腹板厚的影响

改变组合梁钢腹板厚,畸变角变化情况见图 8 所示。

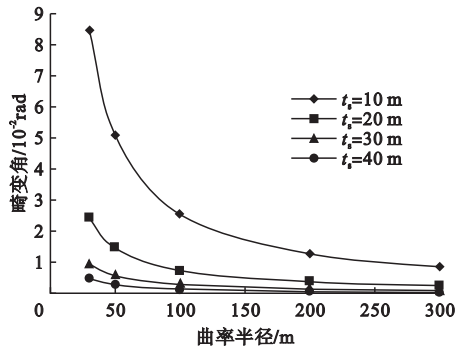


图 8 畸变角随钢腹板厚的变化规律

Fig. 8 Variation of distortion angle under different thickness of steel plate

由图 8 可知,当钢腹板的厚度增加时,箱梁的畸变效应明显减小。在箱梁的曲率半径为 50 m 的情况下,钢腹板厚度由 10 mm 增加至 30 mm 时,畸变角减小了 71.2%。当钢腹板厚度为 10 mm 时,即使增大曲率半径至 300 m,箱梁畸变角仍大于 0.01 rad,远超其他厚度下的结果。当钢腹板厚增加至 30 mm 时,畸变角大幅度减小,如继续增加钢腹板厚,畸变角曲线十分接近。因此,在进行箱梁设计时,钢腹板厚度不宜小于 20 mm,且厚度存在合适的范围。

3.4 底板宽度的影响

底板宽度改变后,组合梁畸变角变化情况如图 9 所示。

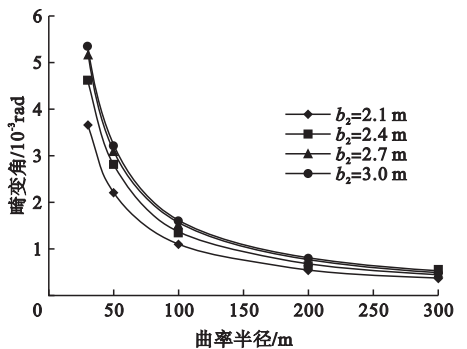


图 9 畸变角随底板宽度的变化规律

Fig. 9 Variation of distortion angle under different baseboard width

由图 9 可知,当底部钢板宽度减少时,箱梁的畸变效应也相应减小。在曲率半径为 50 m 的情况下,底板宽 2.1 m 的组合梁所产

生的畸变角,仅为底板宽 3 m 的组合梁畸变角的 68.8%。在曲率半径大于 100 m 后,不同底板宽度的组合梁畸变角十分相近,可知当曲率半径较大时,底板宽度不再是控制畸变的主要因素。

增加底板宽度后,截面趋近于矩形,此时矩形截面与其他梯形截面相比,畸变角前者均大于后者,证明选择梯形的截面形状更有利于限制结构的畸变,且宽高比宜接近 1。

3.5 综合分析

图 6~图 9 中,不同曲率半径下,改变梁高、板厚等设计参数后,产生的畸变角最大值与最小值做差,得到极差。通过极差的大小,反映 4 种设计参数对控制畸变效应的敏感性,某项设计参数的极差越大,畸变效应影响越大,极差结果见表 1。

表 1 设计参数引起的畸变角极差

Table 1 Range of distortion angle caused by design parameters

曲率半径/m	畸变角极差/ 10^{-3} rad			
	梁高	钢腹板厚	顶板厚	底板宽
0	4.3	80	0.40	1.7
50	2.6	48	0.24	1.0
100	1.3	24	0.12	0.5
200	0.65	12	0.06	0.3
300	0.43	8	0.04	0.2

由表 1 可知,在不同曲率情况下,改变钢腹板厚度产生的畸变角极差最大。由此,除曲率半径以外,应最为注重钢腹板厚。在曲率半径较小时,梁高也是降低畸变的有效手段,但随着曲率半径增加,极差逐渐减小。

混凝土顶板厚引起的极差始终较小,数量级远小于其他参数。对比钢腹板厚和混凝土顶板厚引起的畸变角极差总和,前者约为后者的 20 倍。

底板宽度在曲率半径小于 50 m 时,底板宽度引起的畸变角极差较大。与梁高类似,随着曲率半径的增长,底板宽度对整体畸变的影响逐渐减小。

4 结论

(1)增大组合箱梁的曲率半径可显著减小其畸变角;为了避免结构出现过大的畸变效应,在工程中组合箱梁的曲率半径不宜小于 100 m;不同线形的曲线组合箱梁,畸变的控制要点不同;曲率半径小于 100 m 时,控制组合箱梁畸变要关注梁高、底板宽和钢腹板厚,高跨比宜大于 0.6,高宽比宜接近 1,钢腹板厚宜大于 30 mm;当曲率半径大于 100 m 时,控制组合箱梁畸变主要关注钢腹板厚,腹板厚宜为 20~40 mm。

(2)增加组合箱梁的梁高和钢腹板的厚度可以显著减小畸变效应;曲率半径为 50 m 时,当梁高从 1.2 m 增至 2.1 m 时,组合梁的畸变角减小了 54.2%;当钢腹板厚度从 10 mm 增至 20 mm 时,组合箱梁的畸变角减小了 71.2%。

(3)混凝土顶板对控制组合箱梁畸变贡献很小,顶板厚引起的畸变角变化可以忽略;随着曲率半径增加,底板宽度对畸变的影响逐渐减小;在控制结构畸变变形方面,梯形截面优于矩形截面。

参考文献

- [1] 王连广. 预应力钢与混凝土组合结构[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
(WANG Lianguang. Prestressed steel and concrete composite structures [M]. Beijing: Science Press, 2009.)
- [2] 王连广, 万江. 钢与混凝土组合箱梁剪力滞效应分析[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2015, 36(8): 1204-1207.
(WANG Lianguang, WAN Jiang. Analysis of shear lag effect of steel and concrete composite box girders [J]. Journal of northeastern university (natural science), 2015, 36(8): 1204-1207.)
- [3] ZHOU Cong, LI Lifeng, WANG Lianhua. Improved softened membrane model for prestressed composite box girders with corrugated steel webs under pure torsion [J]. Journal of constructional steel research, 2019, 153: 372-384.
- [4] 陈百玲, 王盛楠, 裴家兴, 等. 曲线 U 型钢与混凝土组合梁界面滑移及轴向力研究[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2021, 37

- (1):27-34.
(CHEN Bailing, WANG Shengnan, PEI Jiaying, et al. Study on interface slip and axial force of curved U-steel and concrete composite beams [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2021, 37 (1): 27-34.)
- [5] 张增增. 焊接工字形连续钢梁畸变屈曲性能研究[D]. 沈阳:沈阳建筑大学,2016.
(ZHANG Zengzeng. Distortional buckling of welded I-section continuous beam [D]. Shenyang:Shenyang Jianzhu University,2016.)
- [6] 范立础. 桥梁工程[M]. 北京:人民交通出版社,2017.
(FAN Lichu. Bridge engineering [M]. Beijing: China Communications Press,2017.)
- [7] 张元海,刘泽翔,林丽霞,等. 基于势能驻值原理的薄壁箱梁畸变效应分析[J]. 中南大学学报(自然科学版),2016,47(10):3461-3468.
(ZHANG Yuanhai, LIU Zexiang, LIN Lixia, et al. Analysis on distortion effect of thin-walled box girders based on principle of stationary potential energy [J]. Journal of central south university (science and technology), 2016,47(10):3461-3468.)
- [8] LEE J, LEE K, CHOI J, et al. Intermediate diaphragm spacing for single-cell rectangular steel box girder bridges considering aspect-ratio [J]. Journal of constructional steel research, 2020,168:105877.
- [9] REN Yangzhi, CHENG Wenming, WANG Yuanqing, et al. Analysis of the distortion of cantilever box girder with inner flexible diaphragms using initial parameter method [J]. Thin-walled structures, 2017, 117: 140-154.
- [10] REN Yangzhi, CHENG Wenming, WANG Yuanqing, et al. Distortional analysis of simply supported box girders with inner diaphragms considering shear deformation of diaphragms using initial parameter method [J]. Engineering structures, 2017,145:44-59.
- [11] YOO C H, KANG J, KIM K. Stresses due to distortion on horizontally curved tub-girders [J]. Engineering structures, 2015, 87: 70-85.
- [12] ARICI M, GRANATA M F. Unified theory for analysis of curved thin-walled girders with open and closed cross section through HSA method [J]. Engineering structures, 2016, 113: 299-314.
- [13] TSIPTIS N I, SAPOUNTZAKIS E J. Generalized warping and distortional analysis of curved beams with isogeometric methods [J]. Computers & structures, 2017, 191: 33-50.
- [14] TOPKAYA C, WIDIANT O, WILLIAMSON E B. Evaluation of top flange bracing systems for curved box girders [J]. Journal of bridge engineering, 2005, 10(6): 693-703.
- [15] 朱颖杰. 钢-混凝土组合箱梁桥横向受力性能与设计方法研究[D]. 北京:清华大学,2018.
(ZHU Yingjie. Study on transverse behavior and design method of steel-concrete composite box girder bridges [D]. Beijing: Tsinghua University,2018.)
- [16] FATEMI S J, ALI M S M, SHEIKH A H. Load distribution for composite steel-concrete horizontally curved box girder bridge [J]. Journal of constructional steel research, 2016, 116:19-28.
- [17] KOLAKOWSKI Z, KUBIAK T. Some aspects of the longitudinal-transverse mode in the elastic thin-walled girder under bending moment [J]. Thin-walled structures, 2016, 102:197-204.
- [18] ZHU Yingjie, NIE Xin, WANG Jiayi, et al. Multi-index distortion control of steel-concrete composite tub-girders considering interior cross-frame deformation [J]. Engineering structures, 2020, 210:110291.
- [19] LI Lifeng, ZHOU Cong, WANG Lianhua. Distortion analysis of non-prismatic composite box girders with corrugated steel webs [J]. Journal of constructional steel research, 2018, 147:74-86.
- [20] 韩国顺. 波形钢腹板组合曲线箱梁畸变性能及试验研究[D]. 南京:东南大学,2019.
(HAN Guoshun. Distortion behavior and experimental study of composite curved box girder with corrugated steel webs [D]. Nanjing: Southeast University, 2019.)
- [21] ZHU Li, WANG Jiayi, LI Mingjie, et al. Finite beam element with 22 DOF for curved composite box girders considering torsion, distortion, and biaxial slip [J]. Archives of civil and mechanical engineering, 2020, 20 (4):1928-1939.
- [22] 冯康平. 钢-混凝土曲线组合箱梁在弯扭联合作用下的受力性能研究[D]. 石家庄:石家庄铁道大学,2018.
(FENG Kangping. Research on the behavior of steel-concrete curve composite beams under combined bending moment and torque [D]. Shijiazhuang: Shijiazhuang Tiedao University, 2018.)
- [23] 徐勋, 强士中. 薄壁箱梁畸变分析理论的研究 [J]. 工程力学, 2013, 30(11): 192-201.
(XU Xun, QIANG Shizhong. Research on distortion analysis theory of thin-walled box girder [J]. Engineering mechanics, 2013, 30 (11):192-201.)
(责任编辑:刘春光 英文审校:范丽婷)