文章编号:2095-1922(2020)03-0529-07

doi:10.11717/j.issn:2095-1922.2020.03.18

# 陶瓷电主轴固有频率影响因素灵敏度分析

张 珂,安爱博,张丽秀,白晓天

(沈阳建筑大学机械工程学院,辽宁 沈阳 110168)

摘 要目的建立陶瓷电主轴有限元正交分析模型,研究3个影响因素对陶瓷电主轴 固有频率的影响规律.方法 通过有限元建模计算和实验验证,对陶瓷电主轴的固有 频率进行求解,并基于正交分析法,对陶瓷电主轴的固有频率随轴承刚度、空心转轴 的中心孔直径和支撑跨距3个主要参量变化的趋势进行研究.结果 不同因素对陶瓷 电主轴的固有频率的影响有较大差别,其中轴承刚度对陶瓷电主轴的固有频率影响 较大,空心转轴的中心孔直径的影响稍大于支撑跨距的影响,但二者差距不明显,且 二者对陶瓷电主轴固有频率的影响都较轴承刚度小.结论 实验结果与有限元分析结 果吻合程度较高,建立的模型能准确地模拟陶瓷电主轴,可以用于变参计算.

关键词 陶瓷电主轴;固有频率;灵敏度;有限元;正交分析法

中图分类号 TH614 文献标志码 A

# Sensitivity Analysis of Factors Affecting the Natural Frequencies of Ceramic Motorized Spindle

## ZHANG Ke, AN Aibo, ZHANG Lixiu, BAI Xiaotian

(School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang, China, 110168)

**Abstract**: The finite element orthogonal analysis model of ceramic motorized spindle was established to study the influence of three factors on the natural frequency of ceramic spindle. Through finite element modeling calculation and experimental verification, the natural frequency of ceramic motorized spindle is solved. Based on orthogonal analysis, the natural frequency of ceramic spindle with bearing stiffness is analyzed. The variation trend of the central hole diameter and support span of the hollow shaft is studied. The influence of different factors on the natural frequency of the ceramic motorized spindle is quite different. The bearing stiffness has a greater influence on the natural frequency of the ceramic motorized spindle is slightly greater than that of the support span. However, the difference between them is not obvious, and the influence of them on the natural frequency of ceramic spindle is smaller than that of bearing stiffness. The experimental results are

收稿日期:2018-10-19

作者简介:张珂(1969—),男,教授,博士,主要从事电主轴方面研究.

in good agreement with the results of finite element analysis. The established model can accurately simulate the ceramic motorized spindle and can be used to calculate the variable parameters. **Key words**: ceramic motorized spindle; natural frequency; sensitivity; finite element method; orthogonal analysis method

发展陶瓷电主轴对一个国家加工制造水 平的提升具有巨大的促进作用[1].高精度一 直是陶瓷电主轴的发展趋势<sup>[2]</sup>,谐振对陶瓷 电主轴的工作精度影响较大,利用动态分析, 减小谐振对陶瓷电主轴的影响,使陶瓷电主 轴的工作频率远离其固有频率.对于减小陶 瓷电主轴在工作时的振动很有帮助[3-4].因 此,通过有限元建模并计算,对陶瓷电主轴进 行固有频率求解分析,进而求得陶瓷电主轴 的固有频率随不同影响因素的变化而变化的 趋势,显得尤为重要.在这一方面,王晓明<sup>[5]</sup> 进行了电主轴轴承支承跨距的优化分析,提 高了电主轴固有频率的变化趋势:吴玉厚 等[6]利用传递矩阵法对陶瓷电主轴转子进 行了固有频率的计算和仿真分析;王建平 等[7]研究了轴承接触角和预紧力对电主轴 的静刚度的影响:LIN Chiwei 与 F. T. JAY<sup>[8]</sup> 发现了高速电主轴的轴承预紧力和轴承刚度 对高速电主轴的动态性能有一定的影响: CHEN Dongju 等<sup>[9]</sup>研究了机床静压主轴的 偏心率对静压主轴系统刚度、形变等动静态 参数的影响; XIE Zhenyu 等<sup>[10]</sup> 通过有限元 计算与仿真,发现了电主轴的动态特性与其 内部应用的磁悬浮轴承结构之间的影响因子 非常小;CHING Yuanlin 等<sup>[11]</sup>研究了直线导 轨预紧载荷对立柱主轴系统动态特性的影 响:E. OZTURK 等研究了电主轴轴承预紧载 荷对铣削动力学及稳定性极限的影响[12]; A. GUNDUZ 等<sup>[13]</sup>研究了轴承预紧载荷对轴 承组件模态特性的影响.到目前为止,该领域 的学者所做的研究,均为单因素对动态特性 的影响,在多因素共同作用的情况下,适用性 和精度较差.基于此,笔者通过正交分析法, 探究多因素对陶瓷电主轴固有频率变化趋势 的影响,提出了提高陶瓷电主轴动态特性的 优化策略,对陶瓷电主轴的动态特性的提升 提供了可选方案.

## 1 理论模型

陶瓷电主轴的动态特性微分方程为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = f(t). \tag{1}$$

式中: *M* 为陶瓷电主轴系统的质量矩阵、*C* 为陶瓷电主轴系统的阻尼矩阵、*K* 为陶瓷电 主轴系统的刚度矩阵; *x* 为系统加速度向量、 *x* 为系统速度向量、*x* 为系统位移向量; *f*(*t*) 为系统激振力向量.

对式(1)进行拉普拉斯变换,得到以复数 s 为变量的矩阵代数方程

$$[Ms^{2} + Cs + K]X(s) = F(s).$$
(2)

$$\mathbf{Z}(\mathbf{s}) = [\mathbf{M}\mathbf{s}^2 + \mathbf{C}\mathbf{s} + \mathbf{K}]. \tag{3}$$

其中,**Z**(*s*)为陶瓷电主轴系统的动态矩阵, 其逆矩阵(也就是频响函数矩阵)为

$$\boldsymbol{H}(s) = [\boldsymbol{M}s^2 + \boldsymbol{C}s + \boldsymbol{K}]^{-1}.$$
(4)

$$\boldsymbol{X}(s) = \boldsymbol{H}(s)\boldsymbol{F}(s). \tag{5}$$

令式(5)中的  $s = j\omega$ 得:

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega).$$
 (6)

式中:X(ω)为陶瓷电主轴系统在频域中的响 应向量;H(ω)为陶瓷电主轴系统在频域中 的频率响应函数矩阵;F(ω)为陶瓷电主轴系 统在频域中的激振向量.

*H*(ω)矩阵中第*i*行第*j*列的元素等于 仅在*j*坐标激振时,*i*坐标响应与激振力之 比,即

$$\boldsymbol{H}_{ij}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\boldsymbol{X}_{j}(\boldsymbol{\omega})}{\boldsymbol{F}_{j}(\boldsymbol{\omega})}.$$
(7)

令式(3)中的  $s = j\omega$  可得陶瓷电主轴系 统的阻抗矩阵:

$$Z(\omega) = (K - \omega^2 M) + j\omega C.$$
 (8)  
利用对称矩阵的加权正交性可得:

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi} = \begin{vmatrix} \cdot \cdot \\ m_r \\ \cdot \cdot \end{vmatrix}. \tag{9}$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & \\ & \ddots \\ & & \\ & \ddots \end{bmatrix}.$$
(10)

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \ddots & \\ & c_r \\ & \ddots \end{bmatrix}.$$
(11)

其中, $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\phi}_1, \boldsymbol{\phi}_2, \dots, \boldsymbol{\phi}_n]$ 为陶瓷电主轴系统的振型矩阵.

将式(9)、(10)、(11)代人式(8)得:  

$$\mathbf{Z}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\Phi}^{-\mathsf{T}} \begin{bmatrix} \ddots \\ z_r \\ \ddots \end{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}^{-1}.$$
 (12)

式中: $z_r = (k_r - \omega^2 m_r) + j\omega c_r$ . 由此可得

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{\omega})^{-1} = \boldsymbol{\Phi} \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & z_r & \\ & \ddots \end{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}. (13)$$

$$\boldsymbol{H}_{ij}(\boldsymbol{\omega}) = \sum_{r=1}^{n} \frac{\Phi_{ri} \Phi_{rj}}{m_{r} [(\boldsymbol{\omega}_{r}^{2} - \boldsymbol{\omega}^{2}) + 2j\xi_{r}\boldsymbol{\omega}_{r}\boldsymbol{\omega}]}.$$
(14)

式中: $\omega_r^2 \frac{k_r}{m_r}$ , $\xi_r = \frac{c_r}{2m_r \omega_r}$ ; $m_r$ 为陶瓷电主轴系统 统的第 r 阶模态质量; $k_r$ 为陶瓷电主轴系统 的第 r 阶模态刚度; $\omega_r$ 为陶瓷电主轴系统的 第 r 阶频率; $\xi_r$ 为陶瓷电主轴系统的第 r 阶 阻尼; $\Phi_r$ 为陶瓷电主轴系统的第 r 阶振型. 由此可知:欲求得陶瓷电主轴的固有频率,只 需利用实验测得陶瓷电主轴系统在频域中的 激振向量  $F(\omega)$ 和陶瓷电主轴系统在频域中 的响应向量  $X(\omega)$ .

## 2 有限元模型及灵敏度分析

### 2.1 建立有限元模型

为了保证计算精度并提升计算效率,现 对陶瓷电主轴有限元模型进行以下简化:① 忽略陶瓷轴承转速以及温升对陶瓷轴承刚度 和阻尼的影响,将陶瓷轴承的刚度和阻尼视 为定值;②将陶瓷电主轴的转子及其他部件 等效为同密度的主轴材料,作为主轴的附加 质量,等效到所对应的单元的节点上;③忽略 陶瓷轴承的轴向的刚度,重点研究其径向的 刚度,以弹性支承将陶瓷轴承简化.每个陶瓷 轴承由四个均布的弹性支撑组成,每个弹性 支撑用一个 Combin14 和一个结构点质量单 元 Mass21 的组合来模拟.主轴支承简化模型 如图 1 所示,在节点 5、节点 6、节点 7、节点 8 上施加约束限制其轴向的移动,用以模拟陶 瓷轴承的内圈;把弹簧-阻尼单元的另外一端 的节点(图 1 中节点 1、节点 2、节点 3、节点 4) 设置为完全固接,用以模拟陶瓷轴承的外圈.



Fig. 1 Simplified model of spindle support

笔者以 170SD30-SY 陶瓷电主轴为原型 建立有限元模型<sup>[14]</sup>. 对已建立的有限元模型 进行网格划分,并施加约束,完成建立后的陶 瓷电主轴有限元模型如图 2 所示.





图 2 中节点 1、节点 2、节点 3 和节点 4 被全约束,模拟轴承外圈. 节点 1、2、3、4 与主 轴连线的 4 个交点被限制轴向移动,模拟轴 承内圈.模拟陶瓷电主轴的实际状态,对 1 ~ 6 阶固有频率进行计算.

#### 2.2 局部灵敏度分析

影响陶瓷电主轴固有频率的主要影响因 素为:轴承刚度、中心孔直径和支撑跨 距<sup>[15-16]</sup>,根据单一变量法,对3个影响 因素进行试验分析<sup>[17-19]</sup>.根据单一变量原 则,在每个影响因素的取值范围内选取若干个 试验数据进行有限元试验,求解陶瓷电主轴一 阶固有频率,将得到的影响因素与陶瓷电 主轴一阶固有频率的关系,结果如图3~图5 所示.















由图 3 ~ 图 5 可知,增加轴承刚度对其 一阶固有频率的提升有较为显著的影响,而 减小陶瓷电主轴的中心孔直径和调整支撑跨 距对陶瓷电主轴的一阶固有频率的提升效果 不明显.对变参之后的陶瓷电主轴的有限元 模型进行谐响应分析,即可得到陶瓷电主轴 随着影响因素的种类和数值的不同,其前端 径向位移的变化趋势.在陶瓷电主轴最高工 作频率 666.67 Hz 的工作情况下,得到的影 响因素与陶瓷电主轴前端径向位移的函数关 系图,如图 6 ~ 图 8 所示.





由图 6~图 8可以看出,当轴承刚度 变化时,陶瓷电主轴在最高工作频率 666.67 Hz的工作情况下的主轴前端径向位移 从0.61 μm降低到 0.23 μm;而当中心孔直径 和支撑跨距变化时,最大形变量的变化不到 0.3 μm. 由此可见, 轴承刚度对陶瓷电主轴的 最大形变量影响最大, 灵敏度最高.











#### 2.3 全局灵敏度分析

笔者所做试验共有三个因素,且每个因素 具有三个水平.采用正交分析法<sup>[20]</sup>对陶瓷电主 轴进行变参计算,正交试验方案如表1所示.

表1 正交试验方案

Table 1 Orthogonal test scheme

→k 亚.	轴承刚度	中心孔直径	支撑跨距
小平	$A/(N \cdot \mu m^{-1})$	<i>B</i> /mm	C/mm
1	130	30	200
2	123.5	28.5	190
3	117	27	180

表1中,为每个因素选取了三个水平.因 为陶瓷电主轴的工作频率不会超过其一阶固 有频率,所以本次试验的重点是分析影响因 素对陶瓷电主轴一阶固有频率的影响程度. 根据三种影响因素,对陶瓷电主轴模型共进 行了9次试验,得到9个一阶固有频率.例如 第一次试验(1号实验:代号 A1B1C1),选取 的是每个影响因素的第一个备选参数.试验 结果如表2所示.

表2 试验结果

	12	ible 2	Test results	
试验号	Α	В	С	一阶频率/Hz
1)	1	1	1	1 123.2
2	1	2	2	1 145.7
3	1	3	3	1 160.1
4	2	1	2	1 122.0
(5)	2	2	3	1 134.5
6	2	3	1	1 128.3
$\bigcirc$	3	1	3	1 110.4
(8)	3	2	1	1 105.5
9	3	3	2	1 120.6

对所得的陶瓷电主轴一阶固有频率的 结果进行极差分析.表3中,对应位置的数据 是依据行、列选取相同的影响因素时的 叠加结果(如I行 A 列的 3 429.0 为选取了 A 轴承刚度的第一个备选参数 130 N/μm 的所 有试验结果的叠加).为表征各个影响因素对 陶瓷电主轴固有频率影响的程度,对 A、B、C 列数据做极差计算. R 为每列数据中的最大值 减去最小值,结果分析如表 3 所示.

表3 结果分析

Table 3	Analysis	results
---------	----------	---------

因素水平	Α	В	С
Ι	3 429.0	3 355.6	3 357.0
П	3 384.8	3 385.7	3 388.3
Ш	3 336.5	3 409.0	3 405.0
<b>R</b> (极差)	92.5	53.4	48

通过极差分析,陶瓷电主轴的一阶固有 频率对轴承刚度 A 的变化较为敏感,中心孔 直径 B 和支撑跨距 C 对陶瓷电主轴的固有 频率影响较小,灵敏度较低.

# 3 实验验证

为了验证有限元模型的适用性与精确 性,进行验证实验.由于实验条件的制约,只 对实验③进行验证.本次实验的目的就是确 定陶瓷电主轴系统的固有频率 $\omega$ ,为了得到 各阶的固有频率 $\omega$ ,就要得到频率响应函数 矩阵 $H(\omega)$ ,也就是要测得陶瓷电主轴系统 在频域中的输入激振向量 $F(\omega)$ 和输出响应 向量 $X(\omega)$ .因此本次实验的方案为通过冲 击力锤敲击陶瓷电主轴系统而产生的脉冲信 号作为输入激振向量 $F(\omega)$ ,通过加速度传 感器采集输出响应向量 $X(\omega)$ ,经过 DASP 信 号采集处理分析仪进行信号的采集和处理,再 利用计算机对已采集到的信号进行自谱分析, 最终的到陶瓷电主轴系统的各阶固有频率.

采用3个加速度传感器分别测量陶瓷电 主轴在X、Y、Z方向的振动.将振动信号输入 INV306DF智能信号采集处理分析仪,最后 将数据输入到计算机中进行计算分析.实验 现场如图9所示.



图9 实验现场



通过锤击法测量陶瓷电主轴系统的固有 频率.实验结果与有限元仿真结果对比如表 4 所示.

表4 实验结果与仿真结果对比

 
 Table 4
 Comparison between experimental results and simulation results

阶次	/Ца	临界转速/	() /Uz	误差 G/%
	$\omega_1$ / HZ	$(r \cdot min^{-1})$	<i>ω</i> <sub>2</sub> / πz	
1	1 078.1	64 686	1 160.1	7.6
2	1 703.1	102 186	1 633.7	4.1
3	2 517.2	151 032	2 458.4	2.3
4	3 870.3	232 218	3 764.6	2.7
5	4 962.5	297 750	4 754.5	4.2
6	5 878.1	352 686	5 513.0	6.2

表4中, $\omega_1$ 为动态实验的固有频率, $\omega_2$ 为有限元分析的固有频率,误差*G* =  $|\omega_1 - \omega_2|/\omega_1 \times 100\%$ ,总体误差在10%以 内,部分误差在5%以内.由此可以得出,建 立的模型能准确地模拟实际工况下的陶瓷电 主轴,可以用于变参计算.

## 4 结 论

(1)随着轴承刚度的增大,陶瓷电主轴的固有频率呈增大趋势;随着空心转轴的中心孔直径的降低,陶瓷电主轴的固有频率呈增大趋势;随着支撑跨距向最优跨距的不断靠近,陶瓷电主轴的固有频率也呈增大趋势.

(2)轴承刚度对陶瓷电主轴的固有频率 影响较大,灵敏度较高;空心转轴的中心孔直 径的影响稍大于支撑跨距的影响,但二者差 距不明显,且二者对陶瓷电主轴固有频率的 影响都较轴承刚度的影响小.

(3)建立有限元正交分析模型,对陶瓷 电主轴固有频率的提升策略具有指导意义, 为进一步提高陶瓷电主轴的动态特性提供了 指导方向.

#### 参考文献

- [1] 吴玉厚,李颂华. 数控机床高速主轴系统
  [M].北京:科学出版社,2012.
  (WU Yuhou, LI Songhua. High-speed spindle system of numerical control machine tool[M]. Beijing:Science Press,2012.)
- [2] 何强,李安玲,李丽丽,等. 精密电主轴结构设 计及测控技术发展现状[J]. 安阳工学院学 报,2016,15(2):1-10.
  (HE Qiang, LI Anling, LI Lili, et al. Development of structure design and control technology for precision spindle[J]. Journal of Anyang institute of technology, 2016, 15(2): 1-10.)
- [3] WANG L F, ZHENG L J, WANG C Y, et al. Experimental study on micro-drills wear during high speed of drilling IC substrate [J]. Circuit word, 2014, 40(2):61-70.
- [4] DUPONT R. Robust rotor dynamics for highspeed air bearing spindles [J]. Precision engineering,2015(40):7-13.
- [5] 王晓明,袁艳.电主轴动态特性分析及结构优 化[J].数控加工技术,2013(8):51-55.

(WANG Xiaoming, YUAN Yan. Dynamic characteristic analysis and optimization design

of the electric spindle [J]. NC machining technology, 2013(8):51-55.)

[6] 吴玉厚,张郊,张丽秀,等.基于传递矩阵与有限元法对陶瓷电主轴转子动态特性的分析 [J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2014,30(3):510-515.

(WU Yuhou, ZHANG Jiao, ZHANG Lixiu, et al. Analysis of ceramic motorized spindle rotor dynamic characteristics based on transfer matrix and finite element method [J]. Journal of Shenyang jianzhu university (natural science), 2014, 30(3); 510-515.)

[7] 王建平,马福贵,刘宏昭,等.陶瓷球轴承接触 角和预紧力对高速磨削电主轴静刚度的影响 [J]. 机 械 科 学 与 技 术, 2014, 3 (7): 1018-1022.

(WANG Jianping, MA Fugui, LIU Hongzhao, et al. Impacts of contact angle and preload of ceramic ball bearing on the static stiffness of high-speed grinding motorized spindle [J]. Mechanical science and technology, 2014, 3(7):1018-1022.)

- [8] LIN Chiwei, JAY F T. Model-based design of motorized spindle systems to improve dynamic performance at high speeds [J]. Journal of manufacturing process, 2007,9(2):94-108.
- [9] CHEN D J, FAN J W, HANG F H. Dynamic and static characteristics of a hydro static spindle for machine tools [J]. Journal of manufacturing systems, 2012(31):26-33.
- [10] CHEN C H, TSAI T H, YANG D W, et al. The comparison in stability of rotor-aerostatic bearing system compensated by orifices and inherences [J]. Tribology international, 2010, 43:1360-1373
- [11] CHING Yuanlin, JUI Pinhung, TZUO Lianglo. Effect of preload of linear guides on dynamic characteristics of a vertical column-spindle system [J]. International journal of machine tools & manufacture, 2010(50):741-746.
- [12] OZTURK E, KUMAR U. Investigation of spindle bearing preload on dynamics and stability limit in milling [J]. CIRP annalsmanufacturing technology, 2012 (61): 343-346.
- [13] GUNDUZ A, DREYER J T, SINGH R. Effect of bearing preloads on the modal characteristics of a shaft-bearing assembly: experiments on double row angular contact ball bearings [J]. Mechanical systems and signal processing,

2012(31):176-195.

- [14] 刘小文,吴玉厚,张珂,等. 基于 ANSYS 的全 陶瓷电主轴动态分析及振动性能测试[J]. 机 电产品开发与创新,2010,23(4):175-177.
  (LIU Xiaowen, WU Yuhou, ZHANG Ke, et al. ANSYS-based dynamic analysis and vibration performance test of the full ceramic motorized spindle [J]. Mechanical and electrical product development and innovation, 2010,23(4):175-177.)
- [15] ATTAR M. A transfer matrix method for free vibration analysis and crack identification of stepped beams with multiple edge cracks and different boundary conditions [J]. International journal of mechanical sciences, 2012(27):19-33.
- [16] 闻邦椿,顾家柳,夏松波,等.高等转子动力 学:理论、技术与应用[M].北京:机械工业出版社,2000.
  (WEN Bangchun, GU Jialiu, XIA Songbo, et al. Advanced rotor dynamics: theory, technology, and application [M]. Beijing: Machinery Industry Press,2000.)
- [17] 方兵,张雷,曲兴田,等. 角接触球轴承刚度理 论计算与实验[J]. 吉林大学学报, 2012, 42
  (2):840-844.
  (FANG Bing, ZHANG Lei, QU Xingtian, et al. Theoretical and experimental research of stiffness of angular contact ball bearing[J]. Journal of Jilin university, 2012, 42(2):840-844.)
- [18] 郭向东,王艳霞. 轴承预紧力—系统固有频率及跨距关系的研究[J]. 轴承,2013(4):30-33.
  (GUO Xiangdong, WANG Yanxia. Research on relationship among bearing preload system natural frequency and span[J]. Bearing,2013 (4):30-33.)
- [19] 张珂,佟俊,吴玉厚,等. 陶瓷轴承电主轴的模态分析及其动态性能实验[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版),2008,24(3):490-493.
  (ZHANG Ke, TONG Jun, WU Yuhou, et al. Model analysis and dynamic characteristic experiment of the ceramic bearing motorized spindle [J]. Journal of Shenyang jianzhu university(natural science),2008,24(3):490-493.)
- [20] 费业泰.误差理论与数据处理[M].北京:机械工业出版社,2012.
  (FEI Yetai. Error theory and data processing [M]. Beijing:China Machine Press,2012.)
  (责任编辑:刘春光 英文审校:范丽婷)