

带分布阻尼的受弯构件性能研究

彭凌云,曹达忠

(北京工业大学工程抗震与结构诊治北京市重点实验室,北京 100124)

摘要 目的 研究一种采用分布式低屈服点耗能元件的受弯构件的抗震性能,并比较带分布阻尼元件的受弯构件与普通受弯构件的受力性能和滞回耗能性能。方法 采用构件层面的阻尼减震技术理论,通过 ABAQUS 软件建立带分布阻尼材料的 RC 悬臂梁有限元模拟分析;研究 RC 悬臂梁与阻尼材料接触面相对变形使得屈服点材料屈服后消耗能量的情况,总结其在附加分布式阻尼后的变形性能和滞回耗能性能。结果 分布式低屈服点耗能材料对受弯构件受拉区混凝土的变形起到了明显的抑制作用,低屈服点阻尼材料屈服时将实现部分能量的耗散。结论 分布阻尼对受弯构件的受力和滞回性能具有改善作用,混凝土构件损伤情况得到改善,滞回耗能性能有所提高。

关键词 减震;分布阻尼;低屈服点材料;受弯构件;ABAQUS

中图分类号 TU375.1 文献标志码 A

Study on the Performance of Flexural Members with Distributed Damping

PENG Lingyun, CAO Dazhong

(Beijing University of Technology, Key Lab of Earthquake Engineering and Structural Retrofit of Beijing, Beijing, China, 100124)

Abstract: In order to study the seismic performance of the flexural member with low yield point distributed damping element, and to compare the mechanical performance and the hysteretic energy dissipation performance of the distributed damping flexural member with the normal flexural member, a finite element analysis was carried out to a cantilever beam with distributed low yield point energy dissipation material based on the theory of shock absorption technology at component level in this paper. The finite element analysis model is established by ABAQUS software to simulate the energy consumption after the damping material yield due from the relative deformation of the contact surface between RC beam and damping layers. The deformation performance and hysteretic energy dissipation was summarized and compared with those ordinary cantilever beams. According to the results of the finite element analysis, it was found that the distributed low yield point energy dissipating material can obviously restrain the deformation of the concrete in the tensile zone of the

收稿日期:2017-10-18

基金项目:国家自然科学基金面上项目(51478023);北京市教委科技计划面上项目(KM201110005021)

作者简介:彭凌云(1976—),男,副研究员,主要从事结构减隔震方面研究。

flexural member, and the energy dissipation will be realized when the low yield point plate yield is yielded. Therefore, it can be considered that the distribution damping can improve the stress and hysteresis performance of the flexural members through reasonable design. After distribution damping, the damage of the component and the hysteretic energy dissipation performance is improved.

Key words: shock absorption; distributed damper; low yield point material; flexural members; ABAQUS

中国的大部分城市位于地震灾害频发区,地震属于人力所无法阻挡的自然灾害,长期威胁着我们的生命财产安全^[1].无论是唐山大地震、2008年汶川地震还是2010年玉树地震等地震灾害,都给我国造成了巨大的生命和财产损失^[2-4].研究如何降低建筑结构的地震响应,避免建筑物在地震作用下发生破坏性损伤的具有重要的经济价值和社会价值^[5-7].在国内外的研究中,通过应用减震技术增加结构阻尼是减轻结构地震响应的有效途径,能够明显改善建筑结构在地震作用下的表现,因此建筑结构阻尼减震的研究是近40年来工程抗震领域最主要的发展领域之一^[8-9].

在建筑阻尼减震领域的研究中,对增加结构的阻尼水平主要实现途径可分为三类:第一类是材料层面上的,主要是采用高阻尼材料,如黏弹性材料和金属阻尼材料等研究,文献^[10-13]对黏弹性复合材料及金属阻尼材料进行了相关研究,取得了一些实用的成果并应用于工程领域.但是,由于材料层面的阻尼减震技术在常用的复合材料性能被充分发掘后,目前需要研究更高阻尼特性的新型复合材料,对材料技术要求较高,短期内难以取得成果.第二类研究基于构件层面,主要是使得结构构件具有较好的延性和滞回性能,文献^[14-15]对基于构件层面的减震研究进行了研究,现有的研究表明,构件层面的减震设计具有布置灵活性,能够极大节省经济成本和空间;第三类是结构层面上的,通过在结构中安装机械阻尼器,提高结构整体的阻尼水平,这一类目前发展较为成熟,在工程的应用中最为广泛,通过安装机械阻尼

器的结构减震方法效果明显.第一类材料层面的阻尼减震技术通过研究更高阻尼特性的新型复合材料,对材料技术要求较高,短期内难以取得成果.而安装机械阻尼器(第三类)是目前最为成熟的阻尼减震技术,在工程上的应用也最广泛^[16-18].

在第一类材料层面的阻尼减震技术中,对于工程应用而言,高阻尼特性的新型复合材料研究周期过长,前期经济投入较大,且短期内难以取得成果.因此在这一领域的研究成果多作为研究机构和科研单位的技术储备,离广泛应用较远.而第三类结构层面安装机械阻尼器的阻尼减震方法,在安装时往往需要较大的空间,并且技术难度大,成本昂贵.第二类阻尼减震方法——基于构件层面的阻尼减震技术提供了一种节省建筑空间、节约成本的新思路.基于构件层面的阻尼减震是在构件在遭受设防烈度对应的地震作用时开始进入屈服,通过合理减震设计使得构件在屈服后具有良好的延性和滞回性能,以达到在遭受设防烈度对应的罕遇地震作用时能够充分耗能.文献^[14-15]在构件层面的阻尼减震方法的研究中,将耗能元件如低屈服点钢筋、摩擦套管或小型阻尼器植入钢筋混凝土构件中以及在建筑结构的主要构件中配置低屈服点钢材或者以隅撑式安装耗能元件以达到消能减震的作用,不占用结构空间,称之为分布式阻尼减震.

笔者研究分布式阻尼减震方法的设计思路正是基于构件层面的阻尼耗能的设计理念,即通过将低屈服点阻尼材料植入到构件内部,在保证不降低构件本身的承载能力的前提下,使得构件具有更好的阻尼耗能能力.

文献[19-20]对分布阻尼梁的动力方程进行了研究,证明了分布式阻尼梁模型具有普遍使用性.基于此,笔者根据构件层面的阻尼减震理论结合分布式阻尼梁的理论设计了在受弯悬臂梁内部布置分布式低屈服点耗能材料的阻尼减震体系、受力组合形式.这种受弯构件的分布式阻尼减震方法,当遭受设防烈度对应的地震作用时,受弯构件内部的分布式低屈服点开始进入屈服阶段,消耗能量,提供滞回阻尼.最后通过 ABAQUS 软件对应用分布阻尼理论设计的悬臂梁实体模型进行分析研究,得到带分布阻尼的受弯梁构件的受力性能和滞回耗能性能.

1 分布阻尼梁模型及附加阻尼比计算

布置分布阻尼的悬臂梁模型如图 1 所示,带分布阻尼悬臂梁(简称分布梁)由 3 部分组成,包括钢筋混凝土的上、下梁以及中间的低屈服点耗能材料夹层,上、下梁与左端支座固接.

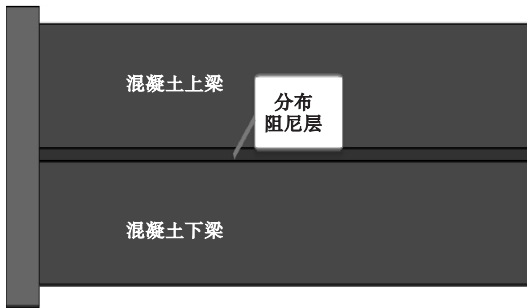


图 1 分布式地区服点阻尼混凝土梁

Fig. 1 Reinforced concrete beam with distributed mild steel damper

笔者研究布置分布梁的受力性能和耗能能力,利用附加阻尼比理论进行推导和分析.在 ABAQUS 软件中建立相关模型,对分布梁与未布置低屈服点阻尼层的普通固支梁(简称普通梁)的抗震性能进行对比分析,考察两种梁混凝土变形性能和耗能效率,分布阻尼梁计算模型如图 2 所示.

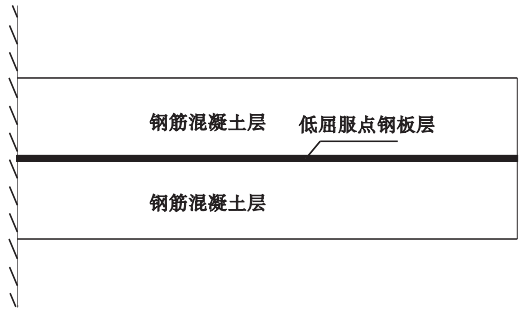


图 2 计算简图

Fig. 2 Computing model

首先对分布式低屈服点阻尼层与混凝土组合梁弹性工作阶段进行分析,进行以下假设:1)上、下梁与阻尼材料接触面上的水平剪力与相对滑移成正比;2)混凝土梁与阻尼材料具有相同的曲率.

设梁长为 l ,梁高为 H ,阻尼材料厚度为 h ,梁宽为 b ,在低屈服点阻尼材料梁端作用集中荷载 F_1 .在弹性梁端部作用集中荷载 F_2 ,在距离中心线 $h/2$ 处(阻尼材料与混凝土的作用面高度)的剪应力为 $\tau_{h/2}$, I_z 为截面惯性矩, S_z^* 为梁截面静矩,则

$$\tau_{h/2} = \frac{F_1 S_z^*}{I_z b}, \tag{1}$$

$$S_z^* = \frac{1}{2} b \left(\frac{H^2 - h^2}{4} \right). \tag{2}$$

将式(2)带入式(1)中,可得:

$$\tau_{h/2} = \frac{1}{2} \frac{F_1}{I_z} \left(\frac{H^2 - h^2}{4} \right). \tag{3}$$

该截面水平方向的剪力为

$$F_{sN} = \tau_{h/2} b l. \tag{4}$$

将式(3)代入式(4)可得:

$$F_{sN} = \frac{1}{2} \frac{F_1}{I_z} \left(\frac{H^2 - h^2}{4} \right) b l. \tag{5}$$

剪力作用面为低屈服点阻尼层与混凝土的作用面.低屈服点阻尼材料屈服后,混凝土上、下梁将不再协同变形.在阻尼层与上梁接触界面上沿的混凝土受压,阻尼层与下梁接触界面下沿混凝土受拉.上梁的下表面受压,以梁的右端点为坐标原点建立坐标轴,梁的截面弹性模量为 E , x 处的压应变为 $\varepsilon_c(x)$,

则

$$\varepsilon_c(x) = \frac{M(x)y}{EI}. \quad (6)$$

$$\varepsilon_c(x) = \frac{M_{\max}}{EI_1} \frac{x}{l} \frac{H-h}{2}. \quad (7)$$

$$I_1 = \frac{b(H-h)^3}{12 \times 8}. \quad (8)$$

则上梁的下表面的压缩量为

$$\Delta u_c = \int_0^l \varepsilon_c(x) dx. \quad (9)$$

计算可得:

$$\Delta u_c = \frac{24F_2 l^2}{Eb(H-h)^2}. \quad (10)$$

下梁上表面受拉,其拉伸量为

$$\Delta u_s = \frac{24F_2 l^2}{Eb(H-h)^2}. \quad (11)$$

故二者相对变形为

$$\Delta u = \frac{48F_2 l^2}{Eb(H-h)^2}. \quad (12)$$

为将大小等于 F_{sN} 的剪力作用在阻尼材料上下表面时,使其发生上述变形 Δu_s , 荷载往变形一周耗散的能量为

$$E_d = 4 \cdot F_{sN} \cdot \Delta u. \quad (13)$$

将式(13)代入,得:

$$E_d = \frac{24F_1 F_2 l^3}{EI_z}. \quad (14)$$

荷载 F 作用在普通悬臂梁上产生的竖向位移 u_y 为荷载作用点处的最大位移, ω 为梁的挠度. 作用点坐标为 $x=l$. 左边为 x 处的挠度, 向上的挠度为正.

$$\omega(x) = \iint \frac{1}{EI} M(x) dx dx + Cx + D. \quad (15)$$

C 和 D 为积分常数, 由边界条件

$$\omega(x) = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{6} Fx^3 - \frac{1}{2} Flx^2 \right). \quad (16)$$

则可以得到, 竖向位移为

$$u_y = \omega_{\max} = \frac{1}{3EI_z} F_2 l^3. \quad (17)$$

附加阻尼比计算, 则弹性势能为

$$E_{s0} = \frac{1}{2} k u_y^2. \quad (18)$$

由于附加的等效阻尼比为

$$\zeta_{eq} = \frac{E_D}{4\pi E_{s0}}. \quad (19)$$

将式(14)、(17)、(18)代入式(19)得:

$$\zeta_{eq} = \frac{9F_2}{\pi F_1}. \quad (20)$$

2 有限元分析模型

在科学计算领域求解各类微分方程时, 很多微分方程的解析解一般是很难求得的, 而通过使用有限元法将微分方程离散化后, 再通过计算机编制程序进行求解, 这就是有限元法. 有限元法早期是以变分原理为基础发展起来. ABAQUS 软件是可以一套应用广泛且功能强大的工程模拟的有限元分析软件, 可以模拟分析各种庞大复杂的模型, 其可以解决很多线性分析或者复杂的非线性问题, 因此有着广泛的应用, 可以应用在土木工程的结构分析领域. ABAQUS 为用户提供了广泛的功能, 且具有使用界面友好, 应用简单等优点.

在使用 ABAQUS 软件分别建立分布梁和普通的钢筋混凝土梁实体模型, 进行分析计算. 选用某火电厂^[21-22]实际工程的梁作为原型建立 ABAQUS 实体梁模型如图 3 所示. 梁截面高宽为 600 mm × 300 mm, 梁长为 3 m, 采用 C30 混凝土, 截面配筋率 $A_s = 1.45\%$. 低屈服点分布阻尼层厚度为 10 mm. 建立分布梁模型时需要考虑分布阻尼夹层与混凝土之间的接触面形式, 本模型

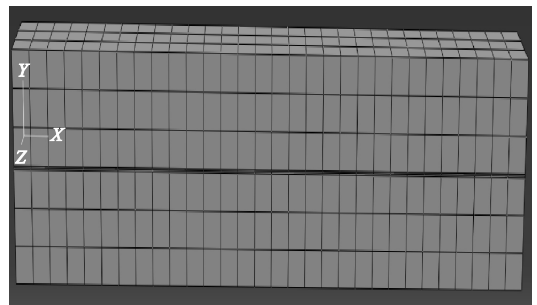


图3 低屈服点阻尼混凝土梁三维实体模型

Fig. 3 ABAQUS 3D model

使用 ABAQUS 中 Tie 作用类型,让耗能元件和混凝土共用节点。

悬臂梁实体模型混凝土材料采用按照现行混凝土规范所定义的混凝土塑性损伤模型计算,钢筋属性定义采用再加载刚度按 Clough 本构退化的随动硬化单轴本构模型,低屈服点耗能元件参考钢筋的本构模型采用双线性本构模型定义材料属性。钢筋以 Embedded region 的方式嵌入混凝土中,分布阻尼夹层与混凝土上下梁接触面以 Tie 的方式定义。

3 有限元模拟结果

3.1 受力性能分析

研究发现,低屈服点耗能阻尼层材料强度对梁的性能影响较大。当耗能材料强度极小时,在梁承受荷载过程中,阻尼耗能材料将迅速屈服,阻尼层对上、下混凝土梁的约束作用将逐渐消失。当上、下混凝土梁不再是一个整体,形成双扁梁机制,最终梁的承载力远低于相同截面尺寸和配筋率普通钢筋混凝土梁。改变低屈服点阻尼材料的强度,随着阻尼材料屈服强度的提高,阻尼材料屈服时间推迟到来,上、下扁梁更多地作为一个整体协同承受外荷载,故分布梁的承载力不断接近普通钢筋混凝土梁。当阻尼材料强度提高到接近梁弹性最大截面剪应力时,继续提高阻尼材料强度对梁承载力的加强作用将不再明显。在所建 ABAQUS 软件中,建有普通的混凝土梁和不同强度的低屈服点阻尼材料分布梁。作用单个方向相同位移,然后得到各自的力与位移曲线如图 4 所示。

低屈服点阻尼材料强度与梁承载力关系曲线如图 5 所示。由模拟数据可知:普通梁的极限承载力为 121.1 kN,对应的竖向位移为 17.2 mm。中间布置低屈服点阻尼材料后,阻尼材料强度越高,梁的承载力将越高。当阻尼材料强度小于 1.4 MPa 时,梁承载力小于普通梁承载力,此时阻尼材料强度对梁承载力

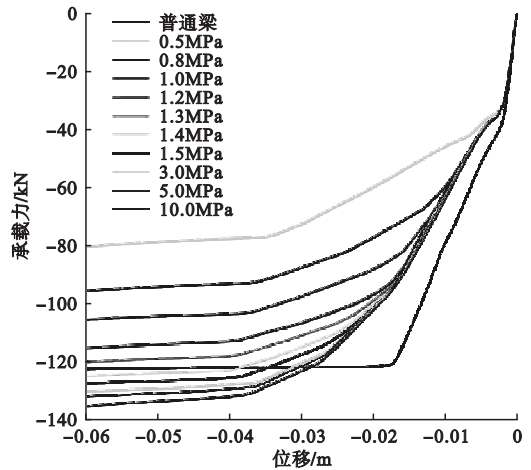


图 4 不同阻尼材料强度梁的力与位移曲线

Fig. 4 Load-displacement curves of different mild steel strength

的影响较为明显,提高阻尼材料强度能显著提高梁承载力。若低屈服点阻尼材料强度达到 1.4 MPa 及以上时,梁的承载力将超过普通梁的承载力,此时继续提高阻尼材料强度梁承载力提高较少,影响将不再明显。

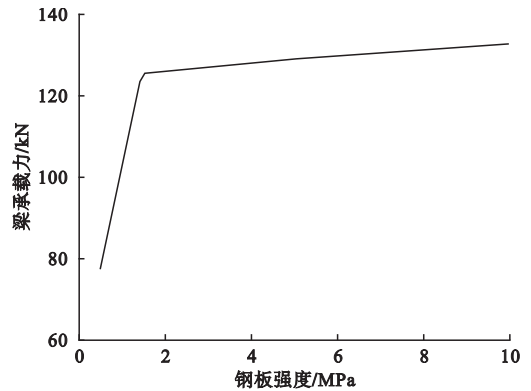


图 5 阻尼材料强度与梁承载力关系

Fig. 5 Relationship between strength of mild steel and bearing capacity of beam

为研究耗能元件在该机制中的变形特性,低屈服点阻尼层自由端的上、下两个节点在荷载作用时段内的水平位移如图 6 所示。

当耗能元件强度小于 1.3 MPa,上下梁发生错动,会形成双扁梁受力机构:上梁上表面受拉下表面受压,下梁同样上表面受拉下表面受压;当耗能元件强度大于或等于 1.4 MPa,上下梁不发生水平错动,随着上梁

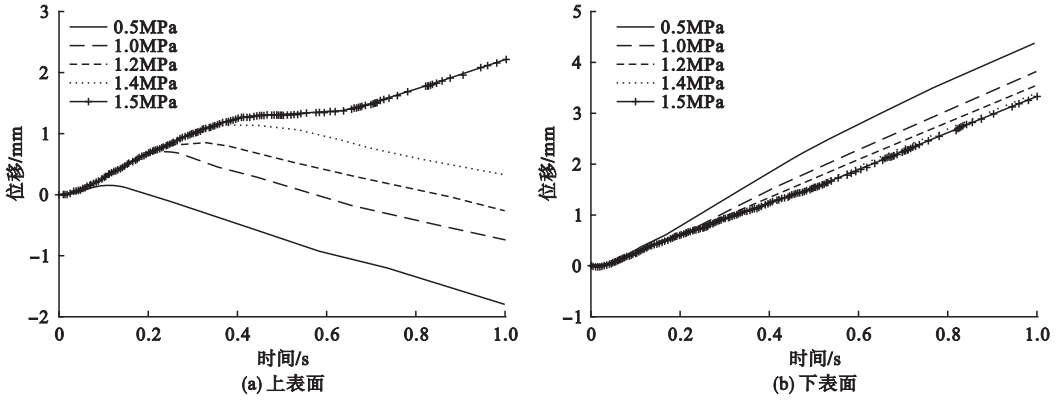


图6 低屈服点阻尼层上下表面端部节点水平位移

Fig. 6 Horizontal displacement at endpoint node of the upper and lower surfaces of the mild steel plate

下筋的受拉屈服,受压高度不断下降,直到耗能元件及下梁上筋受拉屈服,梁达到极限承载力;当耗能元件强度大于 1.4 MPa 后,增大阻尼材料的强度对梁的承载力的影响较小。

对分布梁混凝土与普通梁混凝土的最大拉应变、最大压应变进行对比分析(见图7和图8)。布置了低屈服点阻尼材料后梁受拉区混凝土最大拉应变比普通钢筋混凝土梁应变要小,拉应变增长速度也更缓慢,阻尼材料限制了受拉区混凝土的开裂。另外,分布梁受压区混凝土应变比普通梁压应变明显增大,受压区混凝土承受的压应力更大,材料得到充分利用。

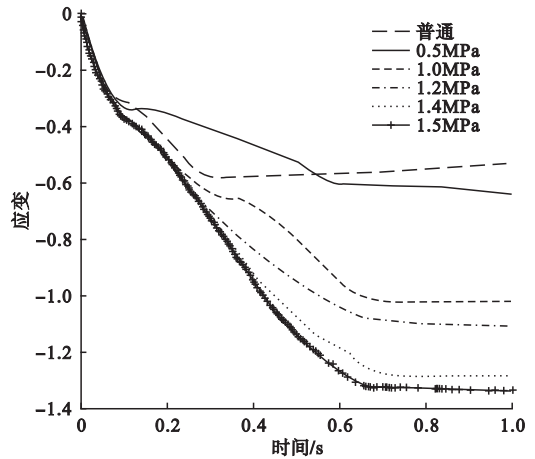


图8 混凝土节点最大压应变

Fig. 8 Maximum compression strain of concrete joints

3.2 滞回性能分析

构件的滞回性能能够反映构件的塑性变形能力、抗震性能以及构件的耗能能力。为研究分布梁的耗能能力,通过往复位移控制,通常以竖向荷载加载点处的荷载和竖向位移为坐标轴建立滞回曲线图形。

笔者通过对模型施加单调低周往复位移,然后得到的低屈服点阻尼材料强度为 1.3 MPa 的钢筋混凝土梁(简称分布梁)和普通钢筋混凝土梁(简称普通梁)的滞回曲线如图9所示。另外相同强度等级下的分布梁,在静力荷载作用下与普通的梁的承载力与分布梁荷载的承载力接近,而在往复荷载作用下,1.3 MPa 强度低屈服点阻尼材料分

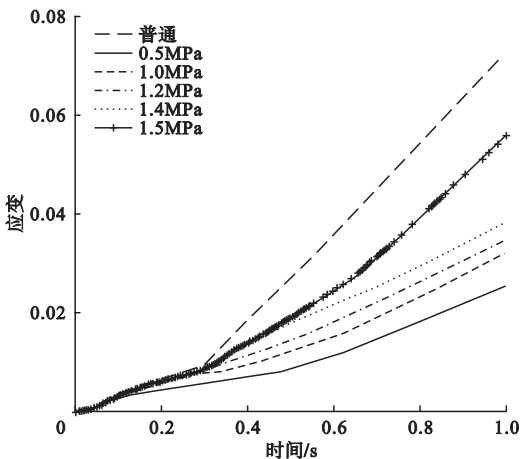


图7 混凝土节点最大拉应变

Fig. 7 Maximum tensile strain of concrete joints

布梁的滞回曲线面积大于普通梁的滞回曲线面积,即分布梁有更高的耗能性能。

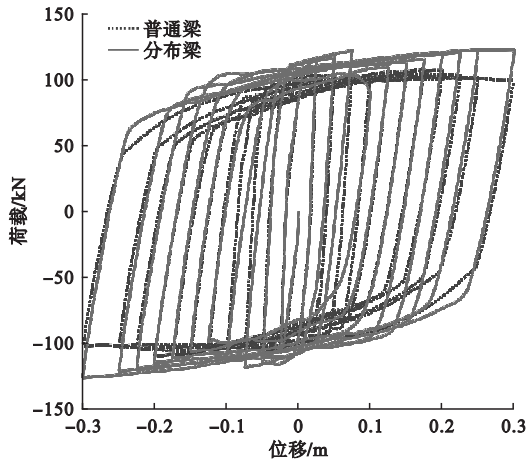


图9 滞回曲线比较

Fig. 9 Comparison of hysteresis curves

4 结论

(1)在静力荷载作用下,梁中分布式低屈服点耗能材料对梁受拉区混凝土的变形起到了明显的抑制作用;另外梁受压区混凝土的变形有所增大,混凝土受压利用率提高。

(2)在往复荷载作用下,梁的滞回特性没有明显降低,低屈服点阻尼材料能够提供附加的阻尼;当低屈服点阻尼材料屈服时将实现部分能量耗散。但阻尼材料屈服条件比较苛刻,原假定为布置在梁沿高度方向中部的低屈服点阻尼材料受到梁弯曲产生的剪应力作用在阻尼材料上、下表面,在上、下表面上分别形成压和拉作用,该作用力使得低屈服点阻尼材料屈服。但该假定的实现受到阻尼材料强度的影响。当阻尼材料强度较高时,梁受拉区混凝土将会率先屈服,从而导致梁截面中中性轴向受压区偏移,阻尼材料的上、下表面较难达到完美的受弯剪切效果。

(3)低屈服点阻尼材料钢筋混凝土梁在承载力没有降低的情况下,比普通钢筋混凝土梁变形更小,耗能更多。

参考文献

[1] 孙柏涛,张桂欣. 中国大陆建筑物地震灾害风

险分布研究[J]. 土木工程学报,2017(9): 1-7.

(SUN Baitao, ZHANG Guixin. Study on seismic disaster risk distribution of buildings in mainland China [J]. China civil engineering journal, 2017(9): 1-7.)

[2] 叶列平,陆新征. 汶川地震建筑震害分析[J]. 建筑结构学报,2008(4):1-9.

(YE Lieping, LU Xinzhen. Analysis on seismic damage of buildings in the Wenchuan earthquake [J]. Journal of building structures, 2008(4): 1-9.)

[3] 白国良,薛冯,徐亚洲. 青海玉树地震村镇建筑震害分析及减灾措施[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版),2011,43(3):309-315.

(BAI Guoliang, XUE Feng, XU Yazhou. Seismic damage analysis and reduction measures of buildings in village and town in the Yushu earthquake [J]. Journal of Xi'an university of architecture & technology (natural science edition), 2011, 43(3): 309-315.)

[4] 王亚勇. 汶川地震建筑震害启示:抗震概念设计[J]. 建筑结构学报,2008,29(4):20-25.

(WANG Yayong. Lessons learnt from building damages in the Wenchuan earthquake: seismic concept design of buildings [J]. Journal of building structure, 2008, 29(4): 20-25.)

[5] SUN Baitao, ZHANG Guixin. The Wenchuan earthquake creation of a rich database of building performance [J]. Science China (technological sciences), 2010, 53(10): 2668-2680.

[6] 李宏男,肖诗云,霍林生. 汶川地震震害调查与启示[J]. 建筑结构学报,2008,29(4): 10-19.

(LI Hongnan, XIAO Shiyun, HUO Linsheng. Damage investigation and analysis of engineering structures in the Wenchuan earthquake [J]. Journal of building structures, 2008, 29(4): 10-19.)

[7] SYMANS M D, CONSTANTINOU M C. Seismic testing of a building structure with a semi-active fluid damper control system [J]. Earthquake engineering & structural dynamics, 2015, 26(7): 759-777.

[8] 周云,徐彤. 耗能减震技术研究及应用的新进展[J]. 地震工程与工程振动, 1999(2): 122-131.

(ZHOU Yun, XU Tong. Recent advances in research, development and applications of seismic energy dissipation [J]. Earthquake engineering and engineering dynamics, 1999(2): 122-131.)

[9] HARDAGE B, DEANGELO M V, MURRAY P E, et al. Multicomponent seismic technology [J]. The leading edge, 2011(12): 1270-1281.

[10] 周云,吴从晓,邓雪松. 铅粘弹性阻尼器的开发、研究与应用[J]. 工程力学,2009(a02):

- 80-90.
(ZHOU Yun, WU Congxiao, DENG Xuesong. Development, research and application of lead viscoelastic damper [J]. Engineering mechanics, 2009(a02):80-90.)
- [11] 王敬丰, 魏文文, 潘复生, 等. 金属阻尼材料研究的新进展及发展方向[J]. 材料导报, 2009, 23(13):15-19.
(WANG Jingfeng, WEI Wenwen, PAN Fusheng, et al. New development and prospect of research on metallic damping materials [J]. Materials review, 2009, 23(13):15-19.)
- [12] DENG K, PAN P, WANG H, et al. Experimental study on slotted RC wall with steel energy dissipation links for seismic protection of buildings[J]. Engineering structures, 2017, 145:1-11.
- [13] BURAVALLA V R, REMILLAT C, RONGONG J A, et al. Advances in damping materials and technology [J]. Smart materials bulletin, 2001(8):10-13.
- [14] 彭凌云, 周锡元, 闫维明. 建筑结构的分布式阻尼减震方法 [J]. 东南大学学报(自然科学版), 2005, 25(7):45-48.
(PENG Lingyun, ZHOU Xiyuan, YAN Weiming. Vibrating control of building using distributed damping [J]. Journal of southeast university (natural science edition), 2005, 25(7):45-48.)
- [15] 彭凌云, 陈华霆, 薛涛. 隅撑式阻尼减震技术的应用研究 [J]. 建筑结构, 2013, 43(5):1189-1194.
(PENG Lingyun, CHEN Huating, XUE Tao. Study on vibration reduction technology of knee-brace type damping [J]. Building structure, 2013, 43(5):1189-1194.)
- [16] 周云, 尹庆利, 林绍明, 等. 带防屈曲耗能腋撑钢筋混凝土框架结构抗震性能研究 [J]. 土木工程学报, 2012, 45(11):29-38.
(ZHOU Yun, YIN Qingli, LIN Shaoming, et al. Seismic performance investigations of RC frame structures with buckling-restrained haunch braces [J]. China civil engineering journal, 2012, 45(11):29-38.)
- [17] 周云, 唐荣, 钟根全, 等. 防屈曲耗能支撑研究与应用的最新进展 [J]. 防灾减灾工程学报, 2012, 32(4):393-407.
(ZHOU Yun, TANG Rong, ZHONG Genquan, et al. New development of study and application for buckling-restrained brace [J]. Journal of disaster prevention and mitigation engineering, 2012, 32(4):393-407.)
- [18] 彭凌云, 周锡元. 拟线性摩擦阻尼器的性能试验与有限元分析 [J]. 建筑结构学报, 2010, 31(6):188-194.
(PENG Lingyun, ZHOU Xiyuan. Experiment and FEA on performance of pseudo-linear friction damper [J]. Journal of building structures, 2010, 31(6):188-194.)
- [19] 贾超华, 冯德兴. 分布阻尼下非线性梁光滑解的存在性 [J]. 数学物理学报, 2011, 31(2):273-288.
(JIA Chaohua, FENG Dexing. Existence of smooth solutions for nonlinear beams under distributed damping [J]. Acta mathematica scientia, 2011, 31(2):273-288.)
- [20] 王在华. 具分布粘滞阻尼的均匀单梁系统的适定性与稳定性 [J]. 江西理工大学学报, 1991(3):62-67.
(WANG Zaihua. Well posedness and stability of uniform single beam system with distributed viscous damping [J]. Journal of Jiangxi university of science and technology, 1991(3):62-67.)
- [21] 王博, 白国良, 代慧娟, 等. 火电厂主厂房型钢混凝土混合结构异型中节点抗震性能试验研究 [J]. 建筑结构学报, 2013, 34(12):26-34.
(WANG Bo, BAI Guoliang, DAI Huijuan, et al. Experimental study on seismic performance of abnormal interior joints in steel reinforced concrete hybrid structure for main building in thermal power plants [J]. Journal of building structures, 2013, 34(12):26-34.)
- [22] 李琪, 程开华, 刘平, 等. 低屈服点钢 RC 框架抗震性能研究 [J]. 建筑结构, 2012(11):107-110.
(LI Qi, CHENG Kaihua, LIU Ping, et al. Study on seismic performance of low yield point steel RC frame [J]. Building structure, 2012(11):107-110.)